*Записки Ленинградского ордена Ленина
и ордена Трудового Красного Знамени горного института,
том XXXIII, вып. 3, 1956 г.*

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Доц. Т. И. Виграненко

Пусть дано интегро-дифференциальное уравнение

$$L[y(x)] = f(x) + \lambda \int_a^b \sum_{\alpha=0}^{m} K_\alpha(x, t)\, y^{(\alpha)}(t)\, dt, \tag{1}$$

где

$$L[y(x)] = y^{(n)}(x) + \sum_{k=0}^{n-1} a_k(x)\, y^{(k)}(x)$$

есть линейный дифференциальный оператор.

При исследовании уравнения (1) надо различать два основных случая: 1) $m \leqslant n$, 2) $m > n$.

Частный тип уравнения (1) рассматривался нами ранее [1] и для уравнения (1) исследовалась задача Коши с начальными условиями $y^{(k)}(a) = y_0^{(k)}$ $(k = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$. Для случая $m \leqslant n$ В. Н. Николенко рассмотрел [2] решение уравнения (1) при произвольных начальных условиях:

$$y^{(k)}(x_0) = y_0^{(k)} \quad (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1), \quad x_0 \subset [a, b] \tag{2}$$

Метод этого автора неприменим к случаю, когда $m > n$. Непосредственное перенесение известного метода А. И. Некрасова [3] на уравнение (1) проведено В. В. Васильевым [4,5]. Однако результаты Васильева требуют дальнейших уточнений, а в случае, когда $m \geqslant n$, являются ошибочными.

В настоящей статье мы исследуем решение уравнения (1) для начальных условий (2), методом, применявшимся нами в работе [1]. Этот метод с небольшими видоизменениями легко переносится и на случай $m > n$.

§ 1

1. Пусть $m \leqslant n$. Для определенности положим, что $m < n$. Будем считать, что коэффициенты оператора L непрерывны в промежутке (a, b), $f(x)$ кусочно непрерывна в том же промежутке, а функции $K_\alpha(x, t)$ регулярны в области $a \leqslant x$, $t \leqslant b$.

Положим

$$F[y(x)] = \int_a^b \sum_{\alpha=0}^{m} K_\alpha(x, t)\, y^{(\alpha)}(t)\, dt. \tag{3}$$